

數學建模教學方案設計比賽

《學教評方案設計》

參賽教學方案名稱：香港非遺文化×數學應用×商業智慧「港式蛋撻」的數學建模 設計特色

教學設計利用數學建模，處理蛋撻的設計如何能將材料成本控制在最低。運用幾何學關於體積和表面面積的計算，教學活動同時借助計算工具讓學生認識數學建模在尋找最優化解時的作用。活動亦提供閱讀材料，加入關於蛋撻的一些本港文化元素，增加活動內容的趣味。

活動的起點是一個現實世界中的營商問題：如何在不影響蛋撻質素的情況下，盡量減少材料成本，以達至增加盈利的目標？學生可由此逐步掌握如何透過提出合適假設，將這個現實世界難題轉化為一個可解的幾何問題，從而理解數學建模的過程，及現實世界與數學世界的聯繫。

在確立需要處理的數學問題後，學生即可從形狀和尺寸兩方面探究問題。關乎形狀的問題要求學生考慮不同立體圖形的幾何特性，並聯想將這些幾何特性放回現實世界考慮蛋撻的形狀時，會否造成難以實行的限制。如時間許可，教師可與學生討論更多不同形狀的立體圖形，如角柱體、橢圓的平截頭體等，從現實層面和幾何特性及計算難度等探究其作為蛋撻設計是否合適。

在選定深入討論的形狀後，學生需運用代數運算找出代表蛋撻的幾何圖形之總表面面積與其他度量的關係。教師亦可提醒學生，為甚麼在解難的過程中他們需要進行這些相關的主項變換以獲取總表面面積的代數式，把代數式連繫回現實情境所代表的意義，並由此引入運用代數式求最優解的概念。

在處理圓柱形的體積和表面面積時，當固定體積的值，表面面積即可表達成圓半徑的函數，因此學生可順理成章地運用試算表找出表面面積的最小值，從而回饋現實情境中最節省材料的蛋撻設計。然而在處理圓台形的體積和表面面積時，就算固定體積的值，在表達表面面積時，學生仍須使用多個變量，因此不能如在圓柱形的情況一般直接找出最小值。教師應解釋這在現實世界所代表的意義，也就是圓台形的蛋撻比圓柱形的蛋撻由於形狀設計上更自由（上、下底的圓尺寸可以不同、高也可以不同），所以有更多的可能性得到相同容積的蛋撻。因此，教師可解釋，為要令變量數目減少，學生需要進一步提出更多假設，如因應現實中美觀的考慮固定大、小圓的半徑比，方能以類似的試算表方法，找出總表面面積的最小值。因應學生的能力和興趣，教師亦可初步向學生介紹運用求導法找極值的直觀概念，增加學生對數學工具的認識。

最後，學生在找出兩個情況的最優解後，應比較結果，並將答案回饋現實情況，看看是否合理。教師亦應與學生討論數學模型中的假設和限制，亦可請學生討論並提出進一步改進模型的構思。